

## LA METODOLOGIA DIDÀCTICA EN L'ÀLGEBRA DE JOSEP SARAGOSSÀ (1627-1679)

**ANNA EROLES CRIVILLÉ**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA.

Paraules clau: *àlgebra, Josep Saragossà, Espanya al segle XVII, ensenyament*

### **The didactic methodology in Josep Saragossà's algebra (1627-1679)**

Summary: *This paper reflects on the didactic nature and teaching of mathematical knowledge behind the algebra work of the Jesuit Josep Saragossà. In his *Arithmetica Universal* one finds helpful original tools for the reader's comprehension as well as a very concise teaching methodology. Additionally, the study of this book helps to reveal the influence of Viète's algebra on its writing and practical implementation. We analyse the distinctive features of Saragossà's style and of his methodology of study along with other teaching elements in this work.*

Key words: *algebra, Josep Saragossà, 17th-century Spain*

### **Introducció**

L'objectiu que es persegueix en aquesta publicació és la presentació dels diferents elements didàctics i metodològics d'ensenyament particular que s'han trobat en l'obra *Arithmetica universal*, del jesuïta Josep Saragossà (1627-1679). En totes les obres d'aquest autor es descriu un caràcter didàctic i focalitzat en la transmissió del coneixement de les matemàtiques. En concret, en la seva *Arithmetica* es troben elements originals que tenen la finalitat d'ajudar el lector en la comprensió de la seva pròpia obra, com els índexs que apareixen al final del llibre o la taula de caràcters que serveix com a diccionari de consulta. L'ordre de lectura i la pràctica dels exemples són clau en la metodologia d'estudi d'aquesta *Arithmetica*. La rellevància més significativa de l'obra rau en la clara influència de l'àlgebra de Viète en la redacció i el tractament de la resolució d'equacions. Així doncs, es considera fonamental el paper de Saragossà com a difusor de l'àlgebra vietiana a l'Espanya del segle XVII (Eroles, 2019).

### Josep Saragossà i l'*Arithmetica universal*

L'Espanya del segle XVII es trobava immersa en una crisi política, econòmica i social que no va ajudar al desenvolupament ni a la difusió del coneixement ni de la ciència matemàtica. Mentrestant, el procés d'algebraització, entès com l'articulació entre àlgebra i geometria, creixia per la resta d'Europa i es reforçava amb la innovació del mètode analític, nascut de les mans de François Viète (1540-1603) i la seva *In artem analyticem isagoge* del 1591, per treballar amb l'àlgebra (Eroles, 2019).

Josep Saragossà, nascut el 1627 a la ciutat d'Alcalà de Xivert, Castelló, va ser un jesuïta entregat a la seva vocació religiosa, però apassionat de la ciència de les matemàtiques. Va dedicar la seva vida a l'ensenyança i la transmissió del coneixement donant classes de retòrica, filosofia i teologia per diferents ciutats d'Espanya. L'afició per les matemàtiques i l'astronomia el van fer créixer com a científic, també gràcies a la seva vinculació a la comunitat de jesuïtes i reforçat amb la participació en tertúlies de ciències que va organitzar durant la seva estada a València i que van donar inici a la renovació científica de la ciutat a finals del segle XVII (Navarro, 1996). Finalment es va traslladar a Madrid per ocupar una càtedra de matemàtiques als Reials Estudis del Col·legi Imperial, dirigit per jesuïtes, i per ajudar el rei Carles II en la seva educació científica. Saragossà va morir el 1679 a Madrid, un mes abans de complir els cinquanta-dos anys (Recasens, 2010).

El 1669 Saragossà publicà a València la seva obra *Arithmetica universal que comprehendit el arte menor y maior, álgebra vulgar y especiosa* (vegeu fig. 1). Al llarg del llibre s'intueixen diferents lloances a l'àlgebra com una branca en ella mateixa, fonamentada en l'«arte menor» o aritmètica i l'«arte maior». L'obra està estructurada en quatre llibres: *Libro I. De la arithmetica, Libro II. De las raizes, Libro III.*

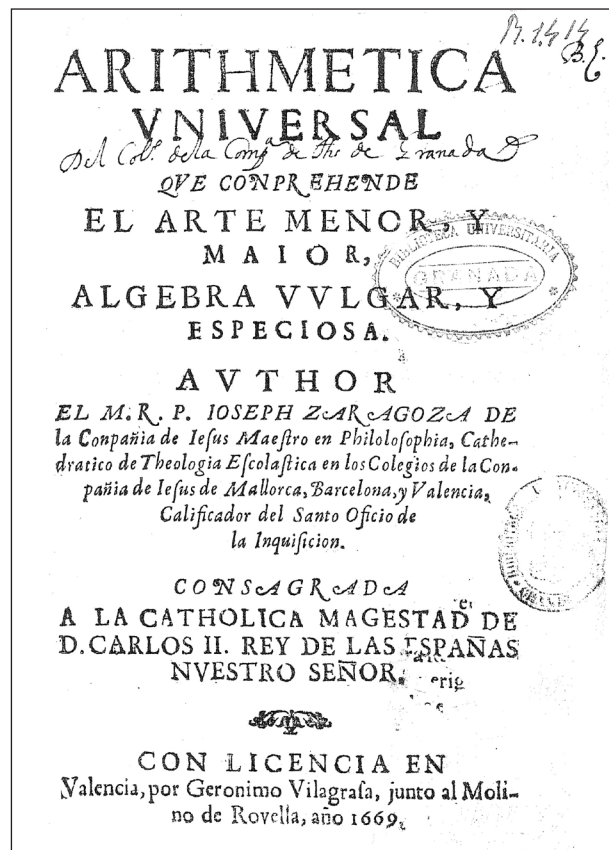


FIGURA 1. Portada de l'*Arithmetica* de Saragossà.  
FONT: Zaragoza, 1669: portada.

*De la algebra* i *Libro IV. De los enigmas*. A aquesta estructura se li uneix una dedicatòria, una censura i la introducció inicial i un curiós índex de continguts i capítols al final amb una taula de caràcters amb la intenció de funcionar com a diccionari de consulta. En l'*Arithmetica* de Saragossà predomina l'ús d'una nova simbologia i un nou tractament de les equacions amb una metodologia analítica adaptada de l'anàlisi vietiana per identificar la incògnita buscada. Viète està present en citacions textuais durant la presentació de l'àlgebra de Saragossà i també en la vessant pràctica de la resolució de problemes. Tot i així, l'objectiu que persegueix l'autor amb la presentació i aplicació del mètode analític vietianès és desenvolupar un mètode propi i original (Eroles, Massa-Esteve i Blanco, 2019).

En els apartats següents ens centrarem en el caràcter didàctic dels diferents elements que apareixen al llarg de l'obra *Arithmetica* de Saragossà i que ajuden a l'objectiu de la difusió i transmissió del coneixement. Així mateix, es presenten fragments en què es deixa constància de la metodologia emprada per l'autor i el desig cap al lector.

### Vessant didàctica i metodologia

Saragossà fa notar al llarg de la seva *Arithmetica*, i sobretot en la seva introducció, on es descriu detalladament la metodologia d'estudi, la seva vocació per l'ensenyament de les matemàtiques. En les seves paraules menciona aquest objectiu didàctic i el seu desig i encoratjament cap al lector perquè pugui comprendre i desenvolupar les tècniques de resolució que es proposen al llarg de l'obra. En l'apartat següent s'analitzen alguns dels fragments del llibre en què es fa evident aquesta finalitat.

Un altre tret rellevant que dona consistència a la didàctica de l'obra és el caràcter universal en l'exposició del contingut. A través del llenguatge simbòlic, és a dir, la simbologia de les lletres per substituir tant caràcters coneguts com incògnites, l'autor intenta mostrar la universalitat dels procediments per treballar tant amb l'«arte maior» com amb la seva extensió a l'àlgebra vietiana. La nova manera de treballar la resolució d'equacions persegueix la generalització del mètode, així com la substitució dels valors i de les incògnites per símbols per facilitar al lector el desenvolupament dels problemes (Eroles, Massa-Esteve i Blanco, 2019).

És en la introducció de l'*Arithmetica* on Saragossà presenta la metodologia d'estudi al llarg de diferents apartats: «La materia de este libro», «El estilo y el methodo», «Los caracteres propios del algebra», «La explicacion de caracteres y terminos» i, finalment, «El methodo de estudiar». En aquest últim, l'autor descriu l'ordre recomanat de lectura i aprenentatge per al lector, remarca els capítols significatius que cal treballar amb més deteniment i posa èmfasi en la pràctica de la resolució d'exemples i problemes senzills, abans d'aprofundir en la complexitat d'altres enigmes.

A més, l'*Arithmetica* es complementa, com ja hem dit en la descripció de la seva estructura, amb elements de suport al lector, com és el cas de la taula de caràcters que apareix al final del llibre, en la qual es detalla la notació emprada en la resolució de problemes. També l'índex de continguts és un element original en les obres del segle XVII a Espanya. Aquest índex ajuda a identificar i localitzar els conceptes de forma ràpida dintre el llibre. En parlarem més a continuació. Aquests elements addicionals afavoreixen l'evidència de l'objectiu didàctic de l'obra.

### Evidències didàctiques

Hem reservat aquesta última secció per analitzar detalladament fragments de l'*Arithmetica* en què trobem citacions i elements relacionats amb la divulgació del coneixement i la vessant didàctica que emmarca l'obra. Els apartats de la introducció mencionats anteriorment en són el primer exemple.

*La materia de este libro.*

Es el Arte menor, y maior. Fue mi intento no explicar mas que el Algebra, pues aun para ella sola era corto el volumen, pero atendiendo, que el mendigar principios agenos era imperfeccion de la obra, resolví ceñir una, y otra de fuerte, que sin otros principios pudiesse llegar el Lector; sino a entera comprehension, por lo menos a una mas que mediana noticia de las dos Arithmeticas.

FIGURA 2. «La materia de este libro».

FONT: Zaragoza, 1669: «Introducción».

*El estilo, y methodo*

Por si mesmos se manifiestan. Escribir en romance, fue inescusable para el intento, aunque con repugnancia de la pluma exercitada mas en el idioma Latino, que en el Castellano; porque mi deseo no es tanto dilatar la obra, como beneficiar a mi Patria. Los Autores, que en nuestra lengua han salido, son por la maior parte en la mesma prolixidad diminutos, y confusos en la enseñanza. Para obviar a estos daños, he procurado ceñir el estilo de fuerte, que la brevedad no fuesse a costa de la materia, ni de la claridad; Juntar estas tres cosas, es biendificil, pero no imposible. Lo que en esto he conseguido, queda a juicio del que sin päsion conferiere este breve libro con los muchos difusos, que hasta oy se han escrito de la materia.

FIGURA 3. «El estilo y el methodo».

FONT: Zaragoza, 1669: «Introducción».

En «La materia de este libro» l'autor introdueix les dues vessants de l'*Arithmetica*: l'aritmètica i l'àlgebra. Es presenten com «arte menor» i «arte maior» o, respectivament, les dues aritmètiques. A més, Saragossà separa l'àlgebra de l'«arte maior» per vincular-la a l'àlgebra especiosa introduïda a Europa per Viète. La tracta, doncs, com una disciplina de gran abast i que requereix una comprensió ben establerta. L'autor deixa dit que no desitja seguir estrictament les definicions fixades per autors anteriors i la seva manera de desenvolupar aquests dos «artes», sinó que pretén construir nous principis propis (vegeu fig. 2).

Per tal de facilitar la comprensió al lector, Saragossà tria el castellà com a llengua d'escriptura. D'aquesta manera s'evidencia la seva intenció d'afavorir la difusió del coneixement matemàtic a l'Espanya del segle XVII, que en aquell moment no estava enriquit d'autors castellans. A la vegada valora l'estil i el mètode en la redacció: brevetat i claredat, sense limitar la matèria, característiques clarament didàctiques (vegeu fig. 3).

Saragossà considera del tot necessari i essencial l'ús de la simbologia per poder treballar amb l'àlgebra. Ell creu en la universalitat del llenguatge per poder transmetre el coneixement. Així, segons ell, el fet que cada autor del segle XVI espanyol utilitzi diferents notacions i, en molts casos, no s'incloguin els «caràcters» en aquestes simbologies és causa de confusió per al lector. A més, afirma que ell mateix va haver de dissenyar i construir els caràcters tipogràfics de l'àlgebra inexistents en les publicacions espanyoles del moment (vegeu fig. 4).

*Los Caracteres propios del Algebra.*

Son el complemento de su perfeccion: la falta de ellos fue sienpre causa de confusion, y prolixidad. Gran motivo tuviera para quejarme de las inperfecciones de España, fino viera, que en Italia le faltaron a Marino. Ghetaldo, en Francia al P. Billi, y al P. Gaspar Scoto en la superior Alemania. No me pude reducir a sacar sin este complemento el libro, y viendo, que

que con dinero no se podia remediar el daño, por faltar los artifices; apliqué mi industria, y conseguí, lo que solo intentar, pareció a muchos temeridad. Hize por mi mano los punzones, matrices, y llaves: fundi todos los Caracteres enteros, y quebrados, que juzgué necesarios, sin perdonar a trabajo, ni gasto, por conseguir toda perfeccion.

FIGURA 4. «Los caracteres propios del algebra». FONT: Zaragoza, 1669: «Introducción».

1. Prog. Geom.	2. Prog. Geom.	3. Prog. Geom.	Exponentes.	Nombres.	1. Caracteres.	2. Caracteres.
1	1.	1.	0			
2	4.	8.	1	Raiz.	R.	Z <sup>1</sup> .
4	16.	64.	2	Quad.	Q.	Z <sup>2</sup> .
8	64.	512.	3	Cubo.	C.	Z <sup>3</sup> .
16	256.	4096.	4	Quad. Quad.	QQ.	Z <sup>4</sup> .
32	1024.	32768.	5	Quad. Cubo.	QC.	Z <sup>5</sup> .
64	4096.	262144.	6	Cubo Cubo.	CC.	Z <sup>6</sup> .
128	16384.	2097152.	7	Q. Q. Cubo.	QQC.	Z <sup>7</sup> .
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.

FIGURA 5. «La explicacion de caracteres y terminos». FONT: Zaragoza, 1669: «Introducción».

Un dels aspectes originals de la notació de l'Arithmetica es troba en la taula resum que s'adjunta al final de l'obra i que l'autor cita en l'apartat «La explicacion de caracteres y terminos» de la introducció afirmant que «es el unico remedio contra el Olvido» (vegeu fig. 5).

La taula mostra els símbols presentats al llarg de tots els llibres per ajudar el lector i tenir un «diccionari» de referència (vegeu fig. 6). Destaquem el fet d'utilitzar la mateixa lletra per definir tant la incògnita com la quantitat coneguda (Eroles, 2019).

### EXPLICACION DE LOS CARACTERES:

- 1<sup>o</sup> Primero. 2<sup>o</sup> Segundo. 3<sup>o</sup> Tercero, &c.
- × Multiplicar en cruz.
- + Mas. Lib. 1<sup>o</sup> S. 168.
- Menos. Lib. 1<sup>o</sup> S. 168.
- 1z<sup>1</sup> Vna Cantidad conocida, ò incognita.
- 1z<sup>2</sup> El Quadrado de essa Cantidad. L. 2. S. 6.
- 1z<sup>3</sup> El Cubo de la mesma.
- 1z<sup>4</sup> El Quadrado Quadrado.
- 1z<sup>5</sup> El Quadrado Cubo, &c. y lo mesmo es de qualquiera otras letras.
- $\frac{4z+1z}{6-1z}$  4 Quadrados mas 35 numeros partidos por 6 numeros menos 5 Cantidades: lo mesmo es de otros quebrados.
- √. o R. Raiz de algun numero. √√ Raizes.
- √<sup>2</sup> o R<sup>2</sup> Raiz Quadrada L. 2. S. 2.
- √<sup>3</sup> o R<sup>3</sup> Raiz Cubica, &c.
- ∝ Igual: como 6z ∝ 24: es 6z iguales à 24. &c. Libro. 3<sup>o</sup> S. 126.

FIGURA 6. Taula de caràcters emprats en la nova notació. FONT: Zaragoza, 1669: 452.



### Reflexions finals

En l'anàlisi de l'*Arithmetica universal* (1669) de Saragossà hem detectat evidències que fan palès que aquesta obra adapta idees i fonaments de l'obra *In artem analyticem isagoge* (1591) de Viète. Tot el procediment analític que descriu i aplica Saragossà en els seus problemes reflecteix la visió de Viète i la seva àlgebra especiosa. L'*Arithmetica* resulta original en relació amb la classificació de les matemàtiques i, en particular, de l'aritmètica, que és universal. Saragossà tracta en primer lloc l'«arte menor» i a continuació l'«arte maior» (diferent de l'art major del segle XVI), i reserva el terme *àlgebra* per referir-se a l'art analític de Viète.

Darrere d'aquesta proposta d'organització de l'aritmètica, la intenció didàctica de Saragossà té un paper crucial. Al llarg d'aquest article hem presentat diversos exemples que il·lustren el seu desig de transmissió del coneixement: l'índex, la taula de continguts i la taula explicativa dels caràcters, que es presenten al final de l'obra. Així mateix, la introducció de l'*Arithmetica* està escrita seguint aquest objectiu didàctic que emmarca l'obra. L'autor utilitza diferents apartats de la introducció per orientar i guiar el lector durant l'estudi del seu llibre i, amb instruccions clares, per transmetre una metodologia d'estudi molt concreta: treballar en un ordre establert, practicar amb exemples senzills i evolucionar cap a problemes més complexos.

Pel que fa al significat de l'obra no podem oblidar que ell és jesuïta. La seva tasca docent al Col·legi Imperial i altres centres jesuïtes ens fan preguntar si amb aquesta obra Saragossà pot haver contribuït a la difusió de l'art analític de Viète a Espanya. És per tot plegat que resulta innegable que el seu intent de desenvolupar una metodologia pròpia en l'àlgebra mereix ser reconegut com un referent de les matemàtiques espanyoles del segle XVII, i una contribució original a la història de l'àlgebra espanyola.

## Referències bibliogràfiques

EROLES CRIVILLÉ, A. (2019). *La introducció de l'àlgebra de Viète a Espanya* [en línia]. Treball final de grau. Barcelona: FME, Universitat Politècnica de Catalunya. <<https://upcommons.upc.edu/handle/2117/168366>> [Consulta: 9 maig 2021].

EROLES CRIVILLÉ, A.; MASSA-ESTEVE, M. R.; BLANCO ABELLÁN, M. (2019). «Fonts vietianes a l'*Arithmetica universal* (1669) de Josep Saragossà». *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*, vol. xvii, p. 1-38.

NAVARRO BROTONS, V. (1996). «Los jesuitas y la renovación científica en la España del siglo xvii». *Studia Historica*, 14, p. 15-44.

RECASENS GALLART, E. (2010). «Zaragoza i Vilanova, José (1627-1674)». A: divulgaMAT. *Biografías de matemáticos ilustres* [en línia]. Real Sociedad Matemática Española. <[http://www.divulgamat.net/divulgamat15/index.php?option=com\\_content&view=article&id=10498:zaragoza-i-vilanova-jose-1627-1674&catid=45:biograf-de-matemcos-espas&Itemid=33](http://www.divulgamat.net/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=10498:zaragoza-i-vilanova-jose-1627-1674&catid=45:biograf-de-matemcos-espas&Itemid=33)> [Consulta: 15 juny 2021].

ZARAGOZA, J. (1669). *Arithmetica universal que comprehende el arte menor y maior, algebra vulgar y espectral*. València: Geronimo Vilagrasa.